Духовный В.А., Тучин А.И.

УПРАВЛЕНИЕ ИРРИГАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ

1. ХАРАКТЕРИСТИКА ИРРИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Ирригационная система представляет собой комплекс гидротехнических сооружений, организованных в виде ориентированной сети, и предназначенной для подачи требуемого объема водных ресурсов в заданные точки пространства и временные этапы с целью орошения сельскохозяйственных угодий. Роль проводников водных ресурсов выполняют системы каналов, как правило, различных конструкций, а роль временных регуляторов комплекс управляющих гидротехнических сооружений (плотин, затворов, водосливов, перегораживающих сооружений и т. п.). Требуемые объемы водных ресурсов и промежутки времени их подачи определяются площадями и набором сельскохозяйственных культур, техническим состоянием ирригационных систем, техникой орошения и характеристикой почв, на которых сельскохозяйственные культуры выращиваются. Ирригационные системы могут быть самотечными, с машинным водоподъемом или смешанного типа. Технические характеристики ирригационных систем обычно выражаются через значения максимальных и средних расходов, протяженность системы каналов, коэффициент полезного действия и размеры подкомандных площадей орошения. Экономическими характеристиками ирригационных систем служат удельные значения капитальных вложений на гектар орошаемой площади и на кубометр подаваемой воды и аналогичные удельные значения затрат, требуемых на поддержание функциональной способности ирригационной системы.

2. ПОКАЗАТЕЛИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИРРИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Основными эксплуатационными характеристиками функционирования ирригационной системы, в соответствии с их назначением, являются:

а) относительный объем потерь водных ресурсов,

б) степень водообеспеченности подкомандных площадей.

в) равномерность водообеспечения водопотребителей, подвешенных к системе.

Эти характеристики выражаются следующими отношениями: первая представляет собой двухкомпонентный вектор (КПД технический, КПД организационный), вторая – через отношение, фактически подаваемого объема водных ресурсов к требуемому, а третья - величиной разброса второй характеристики у каждого конкретного поля орошения. Эти характеристики функционирования ирригационной системы, отражают ее роль в мелиоративном комплексе. Для оценки собственной динамики изменения ирригационной системы в процессе эксплуатации используются относительные показатели, в виде соответствующих отношений фактических и проектных значений показателей или фактических и плановых, установленных на момент ввода в эксплуатацию системы [1].

3. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ИРРИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Формальное описание движения воды в ирригационной системе основывается на так называемой камерной модели [2], [3], где область течения жидкости представляется набором элементарных емкостей, увязанных между собой комплексом гидротехнических сооружений, в виде ориентированного графа G (J,I), где $J = \{0, 1, . . ., j\}$ - множество вершин, соответствующих емкостным объектам ирригационной системы, а $I = \{0,1, . . ., i\}$-множество дуг, отражающих связи по распределение водных ресурсов через гидротехнические сооружения. Каждый элемент $i \in I$ характеризуется парой (j, k), такой что $(\forall (j, k), j \in J, k \in J, k \neq j)$, где: j - начальная вершина (узел), k - конечная вершина (узел), дуги i. Таким образом, с каждой вершиной G связан некоторый объем воды, а с каждой дугой – расход этой воды между вершинами. На основе закона сохранения массы для каждой вершины можем написать уравнения:

$$\frac{dW_j}{dt} = \sum_{(k,j)\in I_j^+} Q_{k,j} - \sum_{(j,k)\in I_j^-} Q_{j,k} + q_j \tag{1}$$

$$Q_{j,k} = Q_{j,k}(a_{j,k}, W_j, U_{j,k}),\ \forall (j,k) \in \{I^U\} \subset \{I\} \tag{2}$$

$$W_j(h_j) = \int_0^{h_j} \Omega_j(z)dz \tag{3}$$

$$q_j = q_j(W_j, t) \tag{4}$$

$$Q_{j,k}(t) \geq 0,\ \forall\ (j,k) \in \{I\};\ W_j(t) \geq 0,\ \forall\ j \in \{J\},\ t \in \{t^0 : t^K\} \tag{5}$$

где: W_j – объем воды в j–ой вершине (м^3);

I_j^+, I_j^- - множества дуг входящих в вершину j и выходящих из вершины j, соответственно;

q_j – локальный отток (приток) в вершину, отражающий различного рода потери, фильтрация, испарение и т. п. (м^3/сек);

$Q_{j,k}$ - расход между вершинами j и k (м^3/сек);

$a_{j,k}$- функция, характеризующая конкретное гидротехническое сооружение, расположенное на дуге (j,k);

$U_{j,k}(t)$ – управление дугой (j,k);

$\{I^U\}$-подмножество $\{I\}$ управляемых дуг;

$\Omega_j(z)$ –площадь водного зеркала в вершине при отметке z (м^2);

h_j – глубина воды в вершине(м);

t – текущее время;

t^0 и t^K – начальное и конечное время процесса.

Полагая, что $W_j(t^0)$ - известны, а $U_{j,k}(t)$ - заданные функции для всего интервала времени $\{t^0, t^K\}$, для определения параметров течения воды в ирригационной системе мы получили задачу, известную как «задачу Коши». Для решения этой задачи прейдем к дискретному пространству по времени, интервал $\{t^0 : t^K\}$ разобьем на равные промежутки Δt таким образом, что t теперь может принимать значения из множества $\{t^0, t^0+\Delta t, t^0+2\Delta t, . . ., t^0+K\Delta t=t^K\}$. Параметры системы в вершинах отнесем к моментам времени $t \in \{t^0,\ t^0+\Delta t,\ t^0+2\Delta t,\ ...,\ t^0+K\Delta t\}$, а параметры на дугах к моментам времени $t \in \{t^0+0.5\times\Delta t,\ t^0+1.5\times\Delta t,\ t^0+2.5\times\Delta t,\ ...,\ t^0+(K-0.5)\times\Delta t\}$, тогда вместо (1) и (2) получим:

$$W_j^{t+1} = W_j^t + \sum_{(k,j)\in I_j^+} W_{k,j}^{t+1/2} - \sum_{(j,k)\in I_j^-} W_{j,k}^{t+1/2} + w_j^{t+1/2} \tag{6}$$

$$W_{j,k}^{t+1/2} = \Delta t \times Q_{j,k}(a_{j,k}, W_j^t, W_j^{t+1}, U_{j,k}^{t+1/2}),\ \forall (j,k) \in \{I^U\} \subset \{I\} \tag{7}$$

здесь: $w_j = q_j \times \Delta t$;

Таким образом, система из $2 \times |\{J\}|$ дифференциальных уравнений (уравнения (1) на дискретной временной сетке редуцируется в систему из $2\times(K+1)\times|\{J\}|$- нелинейных алгебраических уравнений, относительно переменных в вершинах, связанных через $2\times K \times |\{I\}|$- переменных на дугах, из которых $K \times |\{I\}|$- переменных являются управлениями). Здесь $|\{.\}|$ - количество элементов в указанном множестве. Дальнейшие преобразования связаны с вариантами реализации задачи на конкретном языке программирования, в данном случае используется GAMS.

4. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Формулировку всех задач планирования и оптимального управления подачей водных ресурсов на орошение ирригационной системой, начнем с рассмотрения некоторой территории, охваченной контуром ∂G, внутри которого имеется множество $\{J^L\}$ площадей орошения, на каждой из которых возделывается некоторое множество культур $\{R\}$, с параметрами: $F_{r,j}$, $q^N_{r,j}(t)$, n_j, $j \in \{J^L\}$, $r \in \{R\}$, $t \in \{T\}$; где: $\{J^L\}$ – множество площадей орошения, $q^N_{r,j}(t)$ - функция удельного водопотребления культурой “r”, с учетом всех агротехнических и климатических факторов, n_j- полный КПД j-ой площади орошения, соответственно, $\{T\}$ – период времени управления $\{T\} \in \{t^0,\ t^K\}$. Данная территория покрыта множеством оросительных систем, забирающих воду из нескольких источников, причем часть этой воды поступает на собственные нужды, а часть, пропускается транзитом. Множество внешних источников, подающих воду на рассматриваемую территорию, обозначим через $\{J^{inp}\}$, а множество источников, получающих воду из нее воду, через $\{J^{out}\}$. Структуру ирригационной сети формализуем в соответствии с [3], обозначив через $\{J^C\}$ – множество каналов всех ирригационных систем. Далее, связав с помощью ориентированных дуг, множества $\{J^{inp}\},\{J^C\}$ и $\{J^L\},\{J^{out}\}$, получим граф G(J,I) орошения, исследуемой территории, где множество $\{J\} = \{J^{inp}\} \cup \{J^C\} \cup \{J^L\} \cup \{J^{out}\}$, и $\{J^{inp}\} \cap \{J^C\} \cap \{J^L\} \cap \{J^{out}\} = 0$. Каждая площадь орошения из подмножества $\{J^L\}$ формирует следующие требования на подачу водных ресурсов:

$$Q_j(t) = \sum_{r\in\{R\}} F_{j,r} \times q^N_{r,j}(t) / \eta_j,\ \forall j \in \{J^L\},\ t \in \{T\} \tag{8}$$

Кроме этого заданы требования к транзиту:

$$Q_j(t),\ \forall\ j \in \{J^{out}\},\ t \in \{T\} \tag{9}$$

И известны гидрографы подачи водных ресурсов в контур орошения:

$$Q_{i,j}(t),\ \forall\ j(i,j)\ \exists\ [\ i \in \{J^{inp}\}, j \in \{J^C\}\ ],\ t \in \{T\} \tag{10}$$

Если водные ресурсы в любой момент времени превышают плановую потребность в воде, то задачи ирригационной системы ограничиваются их распределением. В противном случае, ирригационная система работает в условиях дефицита водных ресурсов и помимо задачи распределения, возникает задача ограничения или урезки, как ее часто называют, в подаче водных ресурсов исходя из фактически складывающейся водохозяйственной обстановки. В существующей практике распределения водных ресурсов обычно используется равномерная урезка всех водопотребителей, однако, чтобы учесть возможность не равномерной урезки введем параметр приоритета водопотребителя в форме $p_j(t) \geq 1$, понятно, что чем выше значение $p_j(t)$, тем большим приоритетом пользуется j- й водопотребитель в момент времени t.

4.1. Задача оперативного планирования

Будем считать, что течение воды в ирригационной системе подчиняется уравнениям (1)-(5). Введем величину:

$$\lambda_j(t) = p_j(t) / F_j \, , \tag{11}$$

здесь F_j - площадь подкомандного поля j-го водопотребителя.

И сформулируем следующую задачу оптимального распределения водных ресурсов на орошение:

$$\aleph(W_j(\bullet), U_{j,k}(\bullet)) = \sum_{j\in\{J^L\}\cup\{J^{out}\}} \int_{t^0}^{t^K} \lambda_j^2(t) \times (Q_j(t) - \sum_{(k,j)\in\{I^L\}} Q_{k,j}(t)) \times (\sum_{(k,j)\in\{I^L\}} Q_{k,j}(t) - Q_j(t))dt \rightarrow \boldsymbol{sup}, \tag{12}$$

$$\psi(t^0, W_j(t^0), t^K, W_j(t^K)) = 0, \quad U_{j,k}(t) \in \boldsymbol{U}_{j,k} \;\; \forall [\,(j,k)\in\{I^U\}\,],\; t\in\{t^0:t^K\}] \tag{13}$$

Здесь: $U_{j,k}(t)$ – управление дугой (j,k), $\{I^U\}$-подмножество $\{I\}$ управляемых дуг (гидротехнических сооружений);

$\boldsymbol{U}_{j,k}$ - допустимое пространство управлений;

ψ - требования к ирригационным системам в начальный и конечный моменты времени.

Коэффициенты λ_j , когда $\forall\, j\in\{J^{out}\}$, отражают значимость транзита в рассматриваемом контуре ∂G. Для завершения формулировки задачи управления ирригационными системами в дифференциальной форме остается указать, среди каких функций будет искаться верхняя граница (***sup***) функционала (12). Задача (12)-(13) относится к классу задач оптимального управления с закрепленным временем, для которых допустимым решением является совокупность $(W_j(\bullet), U_{j,k}(\bullet))$при выполнении следующих требований:

вектор-функция $U_{j,k}(\bullet)$ определена, и кусочно непрерывна на отрезке $\{t^0:t^K\}$;

для всех $t\in\{t^0:t^K\}$ выполняется условие (13);

функции $W_j(\bullet)$ дифференцируемы во всех точках, кроме точек, где $U_{j,k}(\bullet)$ терпит разрыв, во всех точках дифференцируемости выполняются (1);

выполняются граничные условия (13);

функции $Q_j(t)$ и $Q_{i,j}(t)$ определены и кусочно непрерывны на отрезке $\{t^0:t^K\}$,(эти функции неуправляемы, поскольку характеризуют требования со стороны орошаемых площадей и транзита).

Именно среди таких допустимых решений будет искаться экстремум в задаче (12)-(13). Задача (12)-(13) называется задачей оперативного планирования водораспределением в ирригационных системах, на основе результатов которой, уточняются объемы подачи водных ресурсов в соответствие с выделенными лимитами и назначается режим работы гидротехнических сооружений.

4.2. Задача оперативного управления

Следующим этапом в решении задач оптимального управления является корректировка плановых расходов в соответствии с реально складывающейся водохозяйственной обстановкой. Для этого общий временной интервал $\{t^0:t^K\}$ разобьем на два непересекающихся интервала $\{t^0:t^*\}$ и $\{t^*:t^K\}$, прошлое и будущее, соответственно. Все переменные, относящиеся к $\{t^0:t^*\}$ являются известными, отражающими реальный график подачи и распределения водных ресурсов на орошение, который, будет отличаться от оптимального, полученного расчетным путем на этапе планирования по трем причинам:

Отклонения в техническом распределении водных ресурсов внутри контура ∂G,

Отклонения в объемах фактической подачи водных ресурсов в контур ∂G,

Отклонения в требованиях $Q_j(t)$ водных ресурсов внутри контура ∂G, обусловленные различными климатическими факторами.

Совокупность этих трех причин формирует внутриконтурный дисбаланс за период $\{t^0:t^*\}$, который приводит к необходимости корректировки плановых расходов в интервале времени $\{t^*:t^K\}$. Относительный дисбаланс для каждого элемента, рассматриваемого контура, и для каждого момента времени t^*, $\{t^0 < t^* < t^K\}$, можно вычислить по формуле:

$$\alpha_j(t^*) = \int\limits_{t\in\{t^0;t^*\}} [\sum_{(k,j)\in\{I^L\}\cup\{I^{out}\}} Q_{k,j}(t) - Q_j(t)]dt \,/ \int\limits_{t\in\{t^0;t^*\}} \sum_{(k,j)\in\{I^L\}\cup\{I^{out}\}} Q_j(t)dt \;,\; \forall j \in [\{J^L\} \cup \{J^{out}\}], \tag{14}$$

Наша цель состоит в том, чтобы в конце периода управления достигнуть минимума дисбаланса в рассматриваемом контуре. Поскольку все водопотребители являются независимыми, то величину дисбаланса можно рассматривать как куб в пространстве с размерностью $|\{J^L\} \cup \{J^{out}\}|$ и длинной ребра равной $\alpha_j(t^*)$. Минимальный объем этого куба, как известно, которое достигается при условии:

$$\alpha_j(t^K) = \alpha_k(t^K),\; \forall j\neq k;\, j,k \in [\{J^L\} \cup \{J^{out}\}], \tag{15}$$

Следовательно, задача оптимальной корректировки траектории ирригационной системы по реально складывающейся ситуации приводит к следующему функционалу:

$$\aleph(W_j(\bullet), U_{j,k}(\bullet), t^*) =$$

$$= \sum_{j\in\{J^L\}\cup\{J^{out}\}} \int\limits_{t^*}^{t^K} \lambda_j^2 \times [Q_j(t)\times(1-\alpha_j(t^*)) - \sum_{(k,j)\in\{I^L\}} Q_{k,j}(t)] \times [\sum_{(k,j)\in\{I^L\}} Q_{k,j}(t) - Q_j(t)\times(1-\alpha_j(t^*))]dt \to$$

$$\to \sup, \tag{16}$$

$$\psi(t^*, W_j(t^*), t^K, W_j(t^K)) = 0 \tag{17}$$

$$U_{j,k}(t) \in \mathbf{U}_{j,k} \;\; \forall [(j,k) \in \{I^U\}],\; t \in \{t^*:t^K\}] \tag{18}$$

Все обозначения (16)-(18) имеют тоже смысл, что и в (11)-(13).

4.3. Дискретная задача оптимального управления

Для завершения постановки задач оперативного планирования и управления необходимо перевести их к дискретному виду, но прежде чем трансформировать функционалы (11) и (16), выполним следующее преобразование для $Q_{j,k}$, формула (7). Выражение для $Q_{j,k}$ можно записать в виде:

$$Q_{j,k}(a_{j,k}, W_j, U_{j,k}) = Q_{j,k}(f(a_{j,k}, U_{j,k}),\ W_j), \tag{19}$$

в функцию $f(a_{j,k}, U_{j,k})$ вместо $U_{j,k}$ подставим $\boldsymbol{U}_{j,k}$ - допустимое пространство управлений, и умножим ее на Δt, функция $\boldsymbol{W_{j,k}} = \Delta t \times f(a_{j,k}, \boldsymbol{U}_{j,k})$- образует новое допустимое пространство управлений, но уже по переменной $\boldsymbol{W}_{j,k}$, таким образом вместо (13) имеем:

$$W_{j,k}^{t+1/2} = W_{j,k}(W_j^t, W_j^{t+1}) \in \boldsymbol{W_{j,k}},\ \ \forall\, [\,(j,k) \in \{I^U\}\,,\ t \in \{t^*:t^K\}] \tag{20}$$

Кроме этого заметим, что $\alpha_j\ (t^0) = 0$ и, следовательно, функционал (11) является частным случаем функционала (16), дискретное выражение для которого, получим в виде:

$$\begin{aligned} \aleph(W_j(\bullet), W_{j,k}(\bullet), t^*, t^K) = & \sum_{j\in\{J^L\}\cup\{J^{out}\}} \sum_{t\in\{T^*\}} [w^t{}_j \times (1-\alpha_j^*) - \sum_{(k,j)\in\{I^L\}} W_{k,j}^{t+1/2}] \times \lambda_j^2 \\ & \times [\sum_{(k,j)\in\{I^L\}} W_{k,j}^{t+1/2} - w^t{}_j \times (1-\alpha_j^*)] \ \rightarrow \boldsymbol{sup},\ \ \forall\,(j,k) \in \{I^U\} \end{aligned} \tag{21}$$

Здесь $\{T^*\} = \{t^*:t^K\}$, $\alpha_j^* = \alpha_j\ (t^*)$, кроме этого вместо (1) выполняется (6), остальные выражения задачи (1)-(18) не меняются. Реализация выше сформулированных задач оптимального планирования и управления выполнена на алгоритмическом языке GAMS.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Духовный В.А.. Ирригационные комплексы на новых землях Средней Азии. - Ташкент, “Узбекистан”, 1983 г., 184 с.

2. Лаукс Д., Стединжер Дж., Хейт Д. Планирование и анализ водохозяйственных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984 г., 400 с.

3. Тучин А.И., Холдков А.В., Ильинко А.В.. Математическая модель расчета состояний водохозяйственной системы // В сб. "Исследование функционирования и математическое моделирования водохозяйственных объектов и систем в условиях катастроф и стихийных бедствий". - Ташкент, САНИИРИ, 1987. - С. 3-8.